Lösung zu Teilaufgabe 1.1 (3 BE)

Herr Pendler geht davon aus, dass beide Ampeln auf seinem Weg zur Arbeit in 70 % der Fälle auf „grün“ stehen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er beide Ampeln ohne Anhalten passieren kann, liegt dann bei

$$P(g_1 g_2) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49 = 49\,\%,$$

sofern die beiden Ampeln unabhängig voneinander schalten.

Lösung zu Teilaufgabe 1.2 (3 BE)

Die Wahrscheinlichkeit, beide Ampeln ohne Anhalten passieren zu können, liegt bei $P\,(\text{ohne Anhalten}) = 0,58$. Daraus lässt sich die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, dass die zweite Ampel auf „grün“ steht, wenn schon die erste auf „grün“ stand:

$$\begin{aligned} P\,(\text{ohne Anhalten}) &= P\,(g_1) \cdot P_{g_1}\,(g_2) \\ P_{g_1}\,(g_2) &= \frac{P\,(\text{ohne Anhalten})}{P\,(g_1)} \\ &= \frac{0,58}{0,7} \approx 0,829 \end{aligned}$$

Lösung zu Teilaufgabe 2.1 (2 BE)

Ein Bernoulli-Experiment liegt immer dann vor, wenn es nur zwei Ausgänge gibt und sich die Wahrscheinlichkeiten für diese Ausgänge im Verlauf des Experimentes nicht ändern. Im beschriebenen Fall interessiert man sich nur für die Autofahrer, die sich an die Geschwindigkeitsbegrenzung halten, und diejenigen, die zu schnell fahren, es gibt also nur zwei Ausgänge. Sofern sich die Zahl der Autofahrer, die die Geschwindigkeitsbegrenzung überschreiten, nicht ändert, kann daher von einem Bernoulli-Experiment ausgegangen werden.

Lösung zu Teilaufgabe 2.2 (7 BE)

Im Folgenden sollen die Wahrscheinlichkeiten für die beschriebenen Ereignisse berechnet werden. Dabei soll ein Bernoulli-Experiment zu Grunde gelegt werden, es ist $p = 0,2$.

$$
\begin{aligned}
P(\mathrm{A}) &= P(X=3) = \mathrm{B}\,(20; 0,2; 3) \\
&= \binom{20}{3} \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^{17} \approx 20,54\,\%
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(\mathrm{B}) &= P(X=5) = \mathrm{B}\,(20; 0,2; 5) \\
&= \binom{20}{5} \cdot 0,2^5 \cdot 0,8^{15} \approx 17,46\,\%
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(\mathrm{C}) &= P(X \geq 3) = 1 - P(x \leq 2) \\
&= 1 - \mathrm{F}\,(20; 0,2; 2) \approx 79,39\,\%
\end{aligned}
$$

Lösung zu Teilaufgabe 2.3 (7 BE)

In dem abgebildeten Kästchen wird berechnet, wie viele Autofahrer mindestens kontrolliert werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens ein Autofahrer die Geschwindigkeitsbegrenzung überschreitet. Es ist

Beachte:

Wird eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert/durch eine negative Zahl dividiert, wird das Ungleichheitszeichen umgedreht. Der Logarithmus einer Zahl kleiner als 1 ist außerdem immer negativ.

$$
\begin{aligned}
P(X \geq 1) &\geq 0,99 \\
1 - P(X=0) &\geq 0,99 \\
1 - 0,8^n &\geq 0,99 \\
-0,8^n &\geq -0,01 \\
0,8^n &\leq 0,01 \\
\ln(0,8^n) &\leq \ln(0,01) \\
n \cdot \ln(0,8) &\leq \ln(0,01) \\
n &\geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,8)} \approx 20,6
\end{aligned}
$$

Lösung zu Teilaufgabe 3.1 (4 BE)

Die Geschwindigkeit von 20 zufällig ausgewählten Autofahrern soll bestimmt werden. Für eine Geschwindigkeitsüberschreitung liegt die Wahrscheinlichkeit bei $p = 10\,\%$. Dann ist

$$\mu = 20 \cdot 0{,}1 = 2,$$

$$\sigma = \sqrt{20 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} \approx 1{,}342.$$

Lösung zu Teilaufgabe 3.2 (4 BE)

Bei der beschriebenen Entscheidung für oder gegen die Theorie einer Verringerung der Geschwindigkeitsübertretungen können die folgenden Fehler gemacht werden: Die Nullhypothese „die Anzahl der Geschwindigkeitsüberschreitungen hat sich nicht verringert“ wird fälschlicherweise abgelehnt. Obwohl die Wahrscheinlichkeit für ein Übertreten der Geschwindigkeitsbegrenzung bei mindestens $20\,\%$ liegt, werden zum fraglichen Zeitpunkt nur maximal zwei Autofahrer geblitzt (Fehler 1. Art). Weiter könnte die Nullhypothese angenommen werden, obwohl sie falsch ist: Das Fahrverhalten der Autofahrer in der Baustelle hat sich zwar verbessert, trotzdem werden mehr als 2 Autofahrer geblitzt (Fehler 2. Art).